

Das Halteproblem

Gegeben: Algorithmus A , Eingabe x (Zeichenkette)
Frage: Hält A auf x ?

Unentscheidbarkeit des Halteproblems

Es gibt keinen Algorithmus, der das Halteproblem entscheidet, d.h. der folgendes Verhalten hat.

Eingabe: Algorithmus A (kodiert durch Zeichenkette $c(A)$), Zeichenkette x
genauer: Zeichenkette $c(A)\#x$

Ausgabe: 1, falls A auf x hält
0, falls A auf x nicht hält

Spezielles Halteproblem

<p>Gegeben: Algorithmus A Frage: Hält A auf $c(A)$?</p>
--

Spezialfall des Halteproblems: Der Algorithmus erhält seine eigene Kodierung als Eingabe (**Diagonalisierung**)

Unentscheidbarkeit des speziellen Halteproblems

Es gibt keinen Algorithmus, der das spezielle Halteproblem entscheidet, d.h. der folgendes Verhalten hat.

Eingabe: Algorithmus A , d.h. Zeichenkette $c(A)$

Ausgabe: 1, falls A auf $c(A)$ hält

0, falls A auf $c(A)$ nicht hält

Reduktion Spezielles Halteproblem \rightarrow Halteproblem

Wäre das (allgemeine) Halteproblem entscheidbar, so wäre auch das spezielle Halteproblem entscheidbar:

- Eingabe $c(A)$ für spezielles Halteproblem wird **transformiert** auf Eingabe $c(A)\#c(A)$ für das allgemeine Halteproblem.
- **Ausgabe für** Eingabe $c(A)$ des speziellen Halteproblems ist **gleich** der **Ausgabe für** Eingabe $c(A)\#c(A)$ des allgemeinen Halteproblems.

Folgerung: Ist das spezielle Halteproblem unentscheidbar, so ist auch das allgemeine Halteproblem unentscheidbar.

Unentscheidbarkeit des speziellen Halteproblems

Annahme, es gäbe einen Algorithmus B der das spezielle Halteproblem entscheidet.

Dann gäbe es auch den Algorithmus B' mit folgendem Verhalten.

Für eine beliebige Eingabe $c(A)$ arbeitet B' zunächst wie B .

Erhält man bei B die **Ausgabe 0**, so **stoppt B'** .

Erhält man bei B die **Ausgabe 1**, so **stoppt B' nicht** (Endlosschleife).

Betrachte B' für die Eingabe $c(B')$:

B' hält für $c(B')$ $\iff B$ hat für $c(B')$ die Ausgabe 0 $\iff B'$ hält nicht für $c(B')$.

Widerspruch, d.h. die **Annahme** ist falsch.

Details und Probleme des Beweises

- Algorithmus wird durch Zeichenkette kodiert.
 - Kodierung muss algorithmisch berechenbar sein.
 - Kodierung ist nur bei formaler Definition des Algorithmus möglich. (z.B. Programmiersprache)
- Bei Beschränkung auf **ein** formales Modell ist die Beweisführung nur für Algorithmen **in diesem Modell** gültig.
 - Gibt es einen **universellen** Algorithmusbegriff?
 - **Abgeschwächt**: Gibt es einen Algorithmusbegriff, der alle bisher bekannten Algorithmusbegriffe umfasst?